

EUROKODY

praktyczne komentarze

Niniejszy skrypt to kolejne opracowanie w cyklu publikacji na temat podstaw projektowania konstrukcji budowlanych według aktualnie obowiązujących norm opartych na EUROKODACH. Każdy skrypt to teoria przedstawiona w przystępny sposób oraz przykłady, które prowadzą krok po kroku przez proces wymiarowania.

Skrypt 2

Projektowanie konstrukcji z betonu	E02
Wstęp	E02
Materiały	E02
Trwałość konstrukcji	E04
Analiza konstrukcji	E05
Stan graniczny nośności ULS	E07
Stan graniczny użytkowalności SLS	E10
Przykład obliczeniowy	E13
Podsumowanie	E20

Część 2. Eurokod 2

Projektowanie konstrukcji z betonu

Wstęp

W poprzednim numerze ArCADia-PRESS na „błękitnych stronach” została przedstawiona tematyka ustalania wartości oddziaływań, ich wzajemnych relacji oraz kombinacji. Poniższy artykuł jest kontynuacją serii Eurokody - praktyczne komentarze. Niniejszy tekst ma za zadanie w przystępny sposób przybliżyć Państwu tematykę dotyczącą projektowania konstrukcji z betonu. W tym opracowaniu nacisk zostanie położony na część dotyczącą wymiarowania, w szczególności elementów prętowych. Dokument zawierający odpowiednie wytyczne jest oznaczony numerem PN-EN 1992-1-2008 i będzie nazywany w dalszej części Normą. Komplet wytycznych dotyczących konstrukcji betonowych zawiera EUROKOD 2.

W tym miejscu stosownym jest, aby raz jeszcze podkreślić, iż jedynie kompleksowe stosowanie norm Europejskich w całym procesie modelowania konstrukcji jest miarodajne i zabrania się stosowania współbieżnie Eurokodów i np. dotychczasowych norm krajowych.

Materiały

Reguły zawarte w Normie w zakresie konstrukcji prętowych dotyczące obliczeń i konstruowania elementów są ważne dla:

- Betonów klasy od C 12/15 do C 90/105
- Stali zbrojeniowej żebrowanej o granicy plastyczności z zakresu $f_{yk} = 400$ do 600 MPa

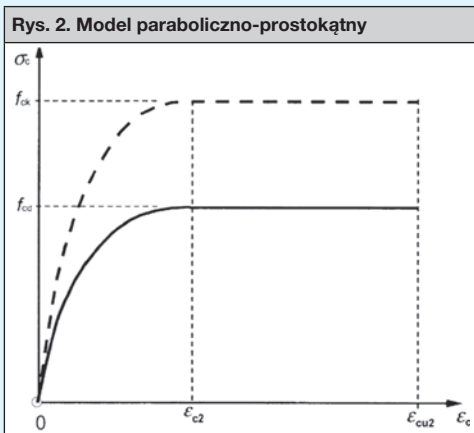
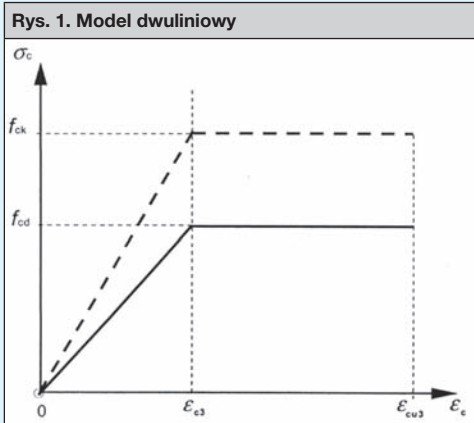
Beton

W tablicy 1 zestawiono podstawowe cechy wytrzymałościowe i odkształceniowe dla betonu w zależności od klasy. Wytrzymałość charakterystyczna na ściskanie została podana zarówno dla próbek o kształcie walca - f_{ck} jak i w odniesieniu do próbek sześciennych - $f_{ck,cube}$. Oznaczenie klasy betonu składa się z dużej litery „C” (z ang. Concrete) oraz wartości f_{ck} i $f_{ck,cube}$ rozdzielonej ukośnikiem np. C 12/15, C 30/37, C 90/105.

Norma prezentuje dwa uproszczone modele materiałowe betonu przedstawione schematycznie na rysunkach 1 i 2. Przystawiają one zależność wartości naprężeń od odkształceń.

Tablica 1. Wytrzymałościowe i odkształceniowe cechy betonu

Klasy wytrzymałości betonu														
f_{ck} (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90
$f_{ck,cube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105
f_{cm} (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98
f_{ctm} (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0
E_{cm} (GPa)	27	29	30	31	32	34	35	36	37	38	39	41	42	44
ϵ_{c1} (‰)	-1,8	-1,9	-2,0	-2,1	-2,2	-2,25	-2,3	-2,4	-2,45	-2,5	-2,6	-2,7	-2,8	-2,8
ϵ_{cut} (‰)	-3,5									-3,2	-3,0	-2,8	-2,8	-2,8
ϵ_{c2} (‰)	-2,0									-2,2	-2,3	-2,4	-2,5	-2,6
ϵ_{cut} (‰)	-3,5									-3,1	-2,9	-2,7	-2,6	-2,6
n	2,0									1,75	1,6	1,45	1,4	1,4
ϵ_{c3} (‰)	-1,75									-1,8	-1,9	-2,0	-2,2	-2,3
ϵ_{cu3} (‰)	-3,5									-3,1	-2,9	-2,7	-2,6	-2,6



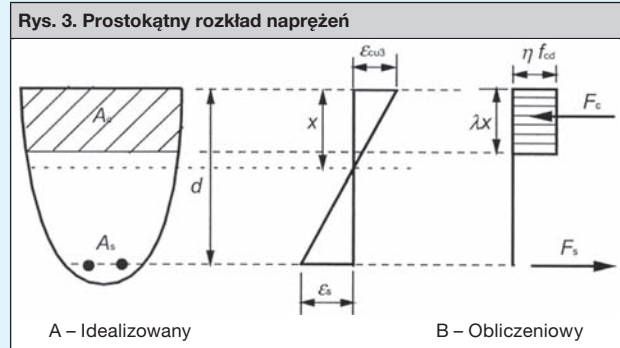
Prostszy z modeli - dwuliniowy jest scharakteryzowany prostokątnym rozkładem naprężeń w strefie ściskanej. Uproszczenie to nakłada ograniczenie wysokości strefy ściskanej do wysokości $\lambda \cdot x$, co przedstawia rysunek 3.

Wartości współczynnika λ jaki i współczynnika η są uzależnione od klasy betonu:

$$\begin{aligned} \lambda &= 0,8 & \text{dla } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ \lambda &= 0,8 - \frac{(f_{ck} - 50)}{400} & \text{dla } 50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \\ \eta &= 1,0 & \text{dla } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ \eta &= 1,0 - \frac{f_{ck} - 50}{200} & \text{dla } 50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Drugi z uproszczonych modeli nie posiada powyższych ograniczeń, a zależność naprężenie-odkształcenie dla betonu można przedstawić w sposób następujący:

$$\begin{cases} \sigma_c = f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] & \text{dla } 0 \leq |\epsilon_c| \leq |\epsilon_{c2}| \\ \sigma_c = f_{cd} & \text{dla } |\epsilon_{c2}| \leq |\epsilon_c| \leq |\epsilon_{cu2}| \end{cases} \quad (1)$$



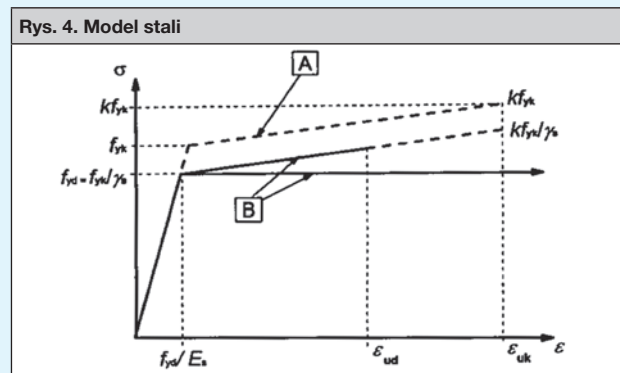
Stal zbrojeniowa

Podstawowe kryterium podziału stali zbrojeniowej jakie wprowadza Norma, jest oparte na jej ciągliwości. Wyróżniono trzy klasy stali A, B, C, których parametry są przedstawione w tabelicy 2.

Tablica 2. Klasy stali			
Kształt wyrobu	Pręty i druty		
Klasa	A	B	C
Charakterystyczna granica plastyczności f_{yk} lub $f_{0,2k}$ (MPa)	400 do 600		
Wartość minimalna $k = (f_t/f_y)_k$	$\geq 1,05$	$\geq 1,08$	$\geq 1,15$ $< 1,35$
Charakterystyczne odkształcenie przy maksymalnej sile, ϵ_{uk} (%)	$\geq 2,5$	$\geq 5,0$	$\geq 7,5$

Należy jednocześnie przypomnieć, że dopuszczona została jedynie stal żebrowana.

Idealizowany model stali został przedstawiony na rysunku 4.



Łatwo można zauważyć na rysunku 4, że dla przypadku z poziomą półką plastyczną Eurokod nie wprowadza ograniczeń dotyczących odkształcenia w stali. Ograniczenie to istnieje jedynie dla modelu „ze wzmocnieniem”. Wartość graniczna ϵ_{uk} została podana w zależności od klasy stali w tabelicy 2.

Trwałość konstrukcji

Eurokod kładzie wzmożony nacisk na zagadnienie trwałości i niezawodności konstrukcji. Podejście jakie zastosowano, jest oparte na analizie statycznej procesów zachodzących w konstrukcji. Zagadnienie to jest szeroko opisa-

ne w Eurokodzie 0. W Normie natomiast zawarte wytyczne sprowadzają się do określenia klasy konstrukcji oraz klasy ekspozycji i odpowiednio do nich określone są parametry betonu, grubości otuliny itd., które to mają bezpośredni wpływ na trwałość.

Tablica 3. Modyfikacje klasy konstrukcji

Kryterium	Klasa ekspozycji						
	X0	XC1	XC2/ XC3	XC4	XD1	XD2/ XS3	XD3/XS2/XS3
Projektowy okres użytkowania 100lat	Zwiększyć klasę o 2	Zwiększyć klasę o 2	Zwiększyć klasę o 2	Zwiększyć klasę o 2	Zwiększyć klasę o 2	Zwiększyć klasę o 2	Zwiększyć klasę o 2
Klasa wytrzymałości	≥C30/37 redukcja klasy o 1	≥C30/37 redukcja klasy o 1	≥C35/45 redukcja klasy o 1	≥C40/50 redukcja klasy o 1	≥C40/50 redukcja klasy o 1	≥C40/50 redukcja klasy o 1	≥C40/50 redukcja klasy o 1
Zapewniona specjalna kontrola jakości betonu	redukcja klasy o 1	redukcja klasy o 1	redukcja klasy o 1	redukcja klasy o 1	redukcja klasy o 1	redukcja klasy o 1	redukcja klasy o 1

Tablica 4. Klasy ekspozycji

Oznaczenie klasy	Opis środowiska
Brak zagrożenia agresją chemiczną	
X0	W przypadku betonów zbrojonych lub zawierających inne elementy metalowe: bardzo suche
Korozja spowodowana karbonatyzacją	
XC1	Suche lub stale mokre
XC2	Mokre, sporadycznie suche
XC3	Umiarkowanie wilgotne
XC4	Cyklicznie mokre i suche
Korozja spowodowana chlorkami nie pochodzącymi z wody morskiej	
XD1	Umiarkowanie wilgotne
XD2	Mokre, sporadycznie suche
XD3	Cyklicznie mokre i suche
Korozja spowodowana chlorkami z wody morskiej	
XS1	Narażenie na działanie soli zawartych w powietrzu, ale nie na bezpośredni kontakt z wodą morską
XS2	Stale zanurzenie
XS3	Strefy wpływów, rozbryzgów i aerozoli
Agresywne oddziaływanie zamrażania/rozmarzania bez środków odladzających albo ze środkami odladzającymi	
XF1	Umiarkowanie nasycone wodą bez środków odladzających
XF2	Umiarkowanie nasycone wodą ze środkami odladzającymi
XF3	Silnie nasycone wodą bez środków odladzających
XF4	Silnie nasycone wodą ze środkami odladzającymi lub wodą morską
Agresja chemiczna	
XA1	Środ. chemiczne mało agresywne wg. PN- EN 206-1
XA2	Środ. chemiczne średnio agresywne wg. PN- EN 206-1
XA3	Środ. chemiczne silnie agresywne wg. PN- EN 206-1

Klasa konstrukcji

Norma wydziela odpowiednio 6 klas konstrukcji oznaczonych dużą literą „S” oraz numerem. Zalecaną klasą konstrukcji (projektowy okres użytkowania 50 lat) dla orientacyjnych wytrzymałości betonu podanych w Załączniku E do Normy jest S4. Jeżeli zachodzą kryteria podane w tablicy 3, należy odpowiednio zmodyfikować klasę konstrukcji.

Klasa ekspozycji

Klasy ekspozycji tak jak w dotychczasowej normie PN-B-03264 wyrażają agresywność środowiska. Klasy te zostały zestawione w tablicy 4.

Na podstawie określonej klasy ekspozycji należy dobrać minimalną klasę betonu wg tablicy 5.

Otulenie nominalne

Kolejnym krokiem po ustaleniu klasy konstrukcji i ekspozycji jest określenie grubości otuliny nominalnej. Zależność (2) określa sposób ustalania jej wartości.

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} \quad (2)$$

gdzie:

$$c_{min} = \max\{c_{min,b}; c_{min,dur} + \Delta c_{dur,y} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add}; 10 \text{ mm}\}$$

c_{nom} – otulina nominalna

c_{min} – otulina minimalna

Δc_{dev} – odchyłka wykonawcza

$c_{min,b}$ – otul. min. ze względu na przyczepność zbrojenia

$c_{min,dur}$ – otul. min. ze względu na warunki środowiska

Δc_{dur} – dodatki i redukcje (patrz Norma)

Tablica 5. Zalecana klasa betonu z uwagi na trwałość

Klasy ekspozycji według tablicy 4										
Korozja										
	Korozja wywołana karbonatyzacją				Korozja wywołana chlorkami			Korozja wywołana chlorkami z wody morskiej		
	XC1	XC2	XC3	XC4	XD1	XD2	XD3	XS1	XS2	XS3
Klasa betonu	C20 /25	C25 /30	C30/37		C30/37		C35 /45	C30 /37	C35/45	
Uszkodzenie betonu										
	Brak ryzyka	Korozja wywołana zamrażaniem/rozmarzaniem					Korozja chemiczna			
	X0	XF1	XF2		XF3		XA1	XA2	XA3	
Klasa betonu	C12 /15	C30 /37	C25/30		C30/37		C30/37		C35/45	

Dla stali zwykłej wartość $c_{min,b}$ nie powinna być mniejsza niż średnica pręta, natomiast $c_{min,dur}$ określa w zależności od klasy ekspozycji i klasy konstrukcji tablica 6.

Tablica 6. Minimalna otulina z uwagi na trwałość

Wymagania środowiskowe dla $c_{min,dur}$ (mm)							
Klasa konstrukcji	Klasy ekspozycji						
	X0	XC1	XC2/ XC3	XC4	XD1/ XS1	XD2/ XS2	XD3/ XS3
S1	10	10	10	15	20	25	30
S2	10	10	15	20	25	30	35
S3	10	10	20	25	30	35	40
S4	10	15	25	30	35	40	45
S5	15	20	30	35	40	45	50
S6	20	25	35	40	45	55	55

Analiza konstrukcji

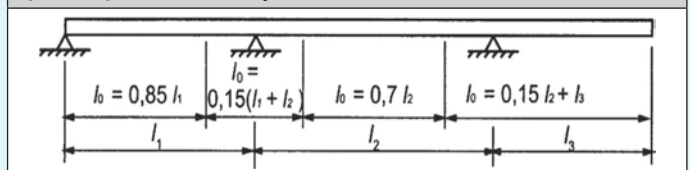
Zgodnie z Normą celem analizy jest ustalenie rozkładu sił wewnętrznych i odkształceń w całej konstrukcji bądź jej części. Analizę taką należy prowadzić stosując idealizację zarówno geometrii, jaki i zachowania się konstrukcji. Należy pamiętać, aby wybrana idealizacja była odpowiednia do rozpatrywanego problemu.

Idealizacja konstrukcji

Dane geometryczne

Efektywną szerokość półki powinna być ustalona na podstawie odległości l_0 między punktami zerowego momentu, który można określić na podstawie rysunku 5.

Rys. 5 Miejsca zerowania się momentu



$$b_{eff} = \sum b_{eff,i} + b_w \leq b \quad (3)$$

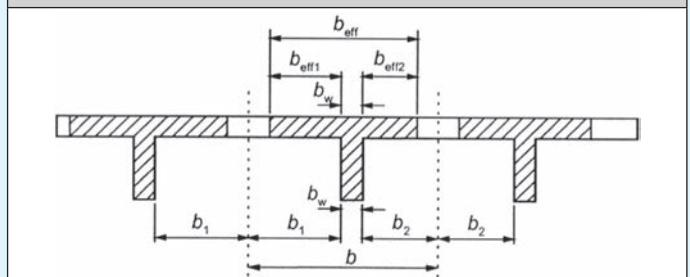
gdzie

$$b_{eff,i} = 0,2b_i + 0,1l_0 \leq 0,2l_0$$

oraz

$$b_{eff,i} \leq b_i$$

Rys. 6. Efektywna szerokość półki



Jeśli nie jest wymagana duża dokładność obliczeń, w analizie konstrukcji przyjąć można stałą szerokość wzdłuż całej rozpiętości. Miarodajna jest wartość odpowiadająca przekrojowi w przęśle.

Efektywną rozpiętość, l_{eff} , elementu powinno się obliczać jak następuje:

$$l_{eff} = l_n + a_1 + a_2 \quad (4)$$

gdzie:

l_n - rozpiętość w świetle między podporami
wartości a_1 i a_2 , na każdym końcu przęsła, można określać na podstawie odpowiednich wartości a_1

$$a_1 = \min\{1/2h; 1/2t\}$$

gdzie:

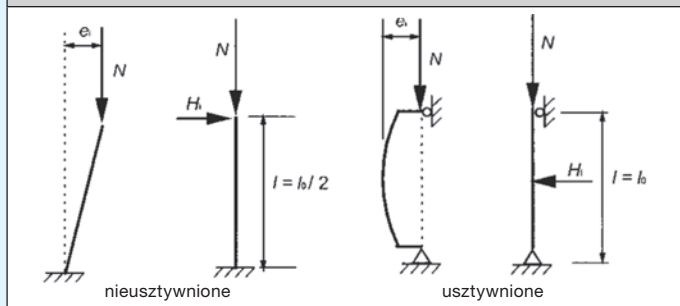
h - wysokość belki

t - szerokość podpory

Imperfekcje geometryczne

W analizie należy uwzględnić niekorzystne efekty możliwych odchyłek geometrycznych konstrukcji, przy czym w stanach granicznych użyteczności nie bierze się ich pod uwagę. Odchyłki należy modelować jako przypadkowy mimośród e_1 bądź odpowiednie obciążenie poprzeczne. Warto zwrócić uwagę, że mimośród ma zastosowanie w układach statycznie wyznaczalnych, natomiast siła poprzeczna jest odpowiednia zarówno dla układów statycznie wyznaczalnych jak i niewyznaczalnych. Sposób modelowania odchyłki dla elementów wydzielonych został przedstawiony na rysunku 7.

Rys. 7. Odchyłka geometryczna



Wartość mimośrodu dla słupów, jako uproszczona alternatywa, jest określona poprzez $e_1 = l_0/400$.

Efekty drugiego rzędu

Efekty drugiego rzędu należy uwzględniać, gdy mają one istotny wpływ na konstrukcję. Dla przypomnienia przedstawiono poniżej definicję zarówno efektów pierwszego jak i drugiego rzędu:

Efekty pierwszego rzędu - efekty oddziaływań obliczone bez uwzględnienia efektów odkształceń konstrukcji, ale uwzględniające imperfekcje geometryczne.

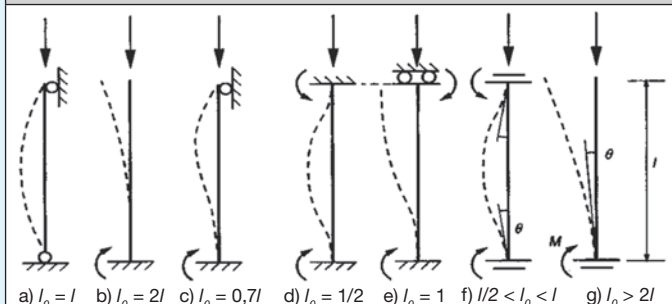
Efekty drugiego rzędu - dodatkowe efekty oddziaływań spowodowane odkształceniami konstrukcji.

Efekty drugiego rzędu najczęściej sprowadzają się do zwiększonej wartości obliczeniowych momentów zginających i występują tylko w elementach obciążonych siłami podłużnymi.

Postacie wyboczenia oraz długości efektywne

Dla elementów wydzielonych Norma podaje wartości długości efektywnych elementów ściskanych. Zestawienie podane jest na rysunku 8.

Rys. 8. Długości efektywne



Dla elementów ściskanych zwykłych ram, kryterium smukłości powinno być sprawdzone na podstawie długości efektywnej wg zależności (5), (6).

Długość efektywna dla elementów usztywnionych:

$$l_0 = 0,5l \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0,45 + k_1}\right) \left(1 + \frac{k_2}{0,45 + k_2}\right)} \quad (5)$$

Długość efektywna dla elementów nieusztywnionych:

$$l_0 = l \cdot \max \left\{ \sqrt{1 + 10 \cdot \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}} ; \left(1 + \frac{k_1}{1 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{1 + k_2}\right) \right\} \quad (6)$$

gdzie:

k_1, k_2 - względne podatności na obrót końców 1 i 2

Gdy powyższe zależności nie są miarodajne, można w ogólnym przypadku stosować wzór 7.

gdzie

$$l_0 = \pi \sqrt{EI / N_s} \quad (7)$$

EI - odpowiednia sztywność giętą elementu

N_s - siła krytyczna określona np. metodą numeryczną

Określanie efektów oddziaływań

W celu określenia efektów oddziaływań tj. sił wewnętrznych, przemieszczeń, można stosować analizę liniowo-sprężystą, przy założeniu:

- niezarysowanego przekroju poprzecznego
- liniowego związku naprężenie-odkształcenie
- średnich modułów sprężystości

Wynikiem powyższej analizy będą zestawy sił wewnętrznych (pierwszego rzędu) na długości elementu. Jeżeli nie zostało to włączone do modelu statycznego, należy je powiększyć, o oddziaływanie związane z odchyłkami geometrycznymi. Dodatkowo przy większości elementów obciążonych także siłami normalnymi, należy uwzględnić efekty pełzania oraz efekty drugiego rzędu. Norma

podaje dwie uproszczone metody określania wpływu powyższych czynników. Pierwsza - metoda sztywności nominalnej, która przy właściwym oszacowaniu sztywności nominalnych może być stosowana zarówno w przypadku elementów wydzielonych jak i całej konstrukcji. Druga - metoda nominalnej krzywizny, która ma zastosowanie głównie dla elementów wydzielonych.

Metoda sztywności nominalnej

Sztywność nominalna - wartości sztywności na zginanie z uwzględnieniem efektów zarysowania, nieliniowości materiałów i pełzania na zachowanie się konstrukcji

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s \quad (8)$$

gdzie:

- E_{cd} - wartość obliczeniowa modułu sprężystości betonu
- I_c - moment bezwładności przekroju betonowego
- E_s - wartość obliczeniowa modułu sprężystości stali
- I_s - moment bezwładności pola przekroju zbrojenia względem środka ciężkości powierzchni betonu
- K_c - współczynnik wyrażający efekty zarysowania, pełzania itd.
- K_s - współczynnik wyrażający udział zbrojenia

Na podstawie sztywności nominalnej EI wg zależności (8) można określić siłę krytyczną (wzór 9), a następnie, wykorzystując wartość momentu gnącego pierwszego rzędu oraz współczynnik β zależny od przebiegu wykresu momentów z zależności (10), można określić obliczeniową wartość momentu zginającego M_{Ed} .

$$N_B = \pi^2 EI / l_0^2 \quad (9)$$

$$M_{Ed} = M_{0Ed} \left[1 + \frac{\beta}{(N_B / N_{Ed}) - 1} \right] \quad (10)$$

W wielu przypadkach uzasadnionym uproszczeniem jest przyjęcie współczynnika $\beta = 1.0$, co w konsekwencji prowadzi do uproszczenia wyrażenia (10) do postaci (11).

$$M_{Ed} = \frac{M_{0Ed}}{1 - (N_{Ed} / N_B)} \quad (11)$$

Metoda nominalnej krzywizny

Wartość momentu drugiego rzędu ustalana jest na podstawie ugięcia, które z kolei ustala się na podstawie efektywnej długości i oszacowanej krzywizny nominalnej.

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2 \quad (12)$$

$$M_2 = N_{Ed} e_2 \quad (13)$$

gdzie:

- N_{Ed} - wartość obliczeniowa siły osiowej
- e_2 - ugięcie: $(1/r) l_0^2/c$
- $1/r$ - krzywizna
- l_0 - długość efektywna
- c - współczynnik zależny od rozkładu krzywizny

Stan graniczny nośności ULS

Stan graniczny nośności dla elementów prętowych sprowadza się do sprawdzenia ich pod działaniem sił normalnych wraz z towarzyszącymi momentami gnącymi oraz sprawdzenia przekroju ze względu na ścinanie i ewentualne skręcanie.

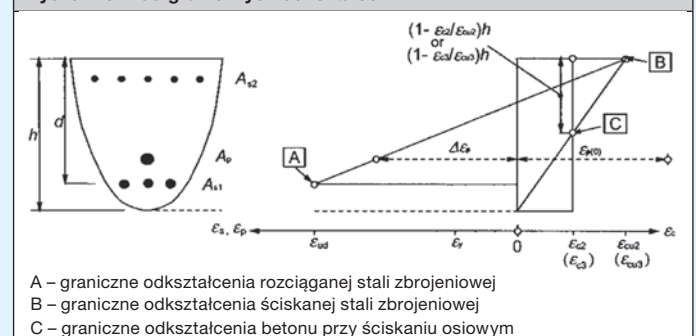
Norma, dla bardzo typowych przypadków, podaje odpowiednie wytyczne pozwalające zwymiarować zbrojenie, lecz przy większej komplikacji zagadnienia pozostawia jedynie założenia, a metodologia pozostaje niedookreślona.

Obciążenie osiowe wraz z momentami zginającymi

Obliczenia w tym stanie obciążenia bazują na dopuszczalnych rozkładach odkształceń przekroju betonowego, jak i w zbrojeniu. Obrazuje to rysunek 9, gdzie na osi poziomej zostały umieszczone graniczne odkształcenia, a ich wartości można odczytać z tablicy 1.

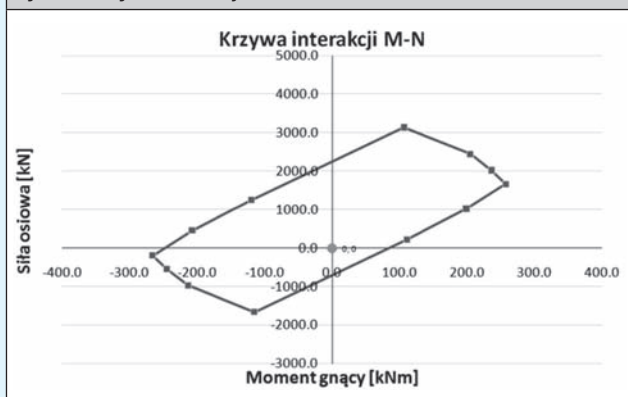
Na podstawie tych rozkładów, rozpatrując także dozwolone stany pośrednie oraz korzystając z odpowiedniego modelu betonu, można wykreślić krzywą interakcji siły osiowej i momentu gnącego odniesionego do granicznej nośności przekroju (Rysunek 10).

Rys. 9. Rozkład granicznych odkształceń



Metoda sprawdzania nośności/wymiarowania przekrojów na podstawie krzywych/powierzchni interakcji siły osiowej i momentów gnących, jako taka nie jest zawarta w Eurokodzie. Jednak ze względu na fakt, że bazuje ona na granicznych odkształceniach określonych w Normie jest jak najbardziej z nim zgodna.

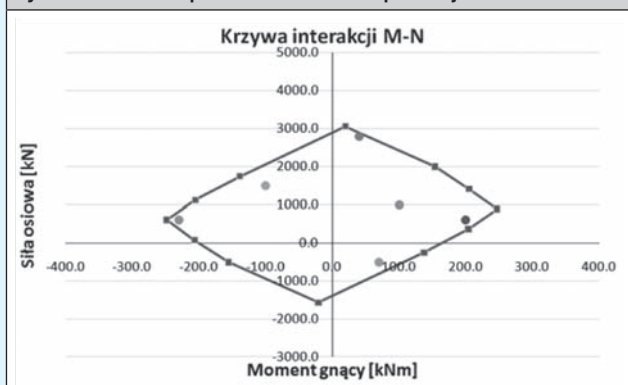
Rys. 10. Krzywa interakcji



Punkty tworzące krzywą odpowiadają pojedynczym schematom odkształceń na rysunku 9. Punkt najwyższy i najniższy odpowiadają ścisnaniu i rozciąganiu całego przekroju. Dla zbrojenia symetrycznego krzywą schematycznie przedstawia rysunek 11.

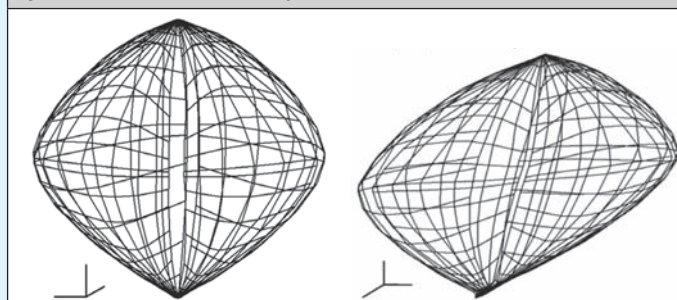
Jak widać kształt krzywej jest ściśle zdeterminowany przez ilość, ale także i rozkład zbrojenia w przekroju. Korzystając z takiego wykresu łatwo można sprawdzić prawidłowość ułożenia i ilość zbrojenia w przekroju nawet dla kilkunastu przypadków obciążenia jednocześnie. Obrazuje to rysunek 11, gdzie na wykresie oprócz krzywej znajdują się punkty obciążenia przekroju o współrzędnych (M [kNm], N_{Ed} [kN]), będące wynikiem obliczeń statycznych i ewentualnie wpływu efektów drugiego rzędu.

Rys. 11. Graficzne sprawdzenie nośności przekroju



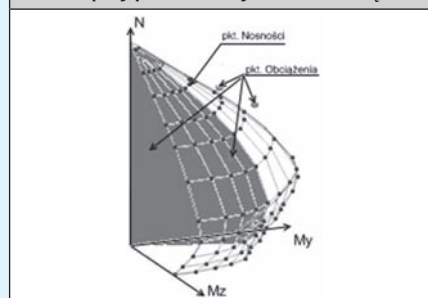
Takie postępowanie bardzo dobrze sprawdza się w przypadku ścisnania (mimośrodowego), czystego zginania, ale w jednej płaszczyźnie. Przy obciążeniu dwukierunkowym krzywą należy zastąpić powierzchnią, którą schematycznie przedstawia rysunek 12 (w lewej części powierzchnia dla przekroju o zbrojeniu symetrycznym, prawa – o zbrojeniu niesymetrycznym).

Rys. 12. Powierzchnie interakcji



Powyższa metoda jest jak najbardziej ogólna i daje się zastosować dla przekrojów o dowolnych kształtach. Sprawdzanie poprawności układu i ilości zbrojenia w przestrzennym stanie obciążenia następuje w sposób analogiczny względem stanu płaskiego, co obrazuje rysunek 13.

Rys. 13. Graficzne sprawdzenie nośności przy przestrzennym stanie obciążenia



W Normie podano także metody uproszczone pozwalające na wymiarowanie przekrojów prostokątnych i kołowych (eliptycznych) w przypadku dwukierunkowego mimośrodowego ścisnania. Sprawdzenie opiera się na zależności (14).

$$\left(\frac{M_{Edz}}{M_{Rdz}} \right)^a + \left(\frac{M_{Edy}}{M_{Rdy}} \right)^a \leq 1,0 \quad (14)$$

gdzie:

M_{Edz} – obliczeniowy moment gnący Z

M_{Edy} – obliczeniowy moment gnący Y

- M_{Rdz} – moment odpowiadający wyczerpaniu nośności przekroju w kierunku Z
- M_{Rdy} – moment odpowiadający wyczerpaniu nośności przekroju w kierunku Y
- a – wykładnik potęgowy przyjmujący wartości:
- dla kołowych i eliptycznych przekrojów poprzecznych $a = 2$
 - dla prostokątnych przekrojów poprzecznych:

NEd/NRd	0,1	0,7	1,0
a =	1,0	1,5	2,0

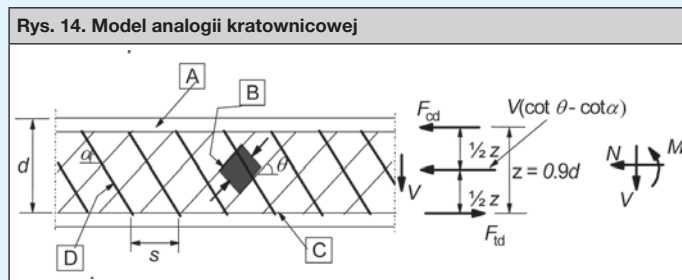
- N_{Ed} – wartość obliczeniowa siły osiowej
- N_{Rd} – nośność obliczeniowa przekroju przy ściskaniu osiowym

Obciążenie poprzeczne z momentem skręcającym

Kolejnym aspektem poprawnego zaprojektowania elementu jest dobór zbrojenia ze względu na obciążenia poprzeczne, w tym siły tnące i momenty skręcające. Norma w powyższych aspektach nie odbiega zbyt od swojej poprzedniczki na gruncie polskim (PN-B-03264). Jako metodę obliczeń, proponuje wykorzystanie modelu analogii kratownicowej.

Ścinanie

Model analogii kratownicowej przedstawiony w Normie jest przedstawiony na rysunku 14.



Bazuje on na układzie myślowo wydzielonych ściskanych krzyżulców betonowych oraz rozciąganych strzemion. Całość spajają pasy kratownicy ukształtowane w części ściskanej z betonu, natomiast w części rozciąganej ze zbrojenia podłużnego. Istotnymi parametrami wpływającymi na rozkład sił wewnętrznych w kratownicy są kąty:

- α – kąt nachylenia strzemion do osi podłużnej elementu
- θ – kąt nachylenia krzyżulców betonowych do osi podłużnej elementu

Kąt θ zgodnie z zaleceniami załącznika krajowego do Normy powinien być dobierany tak, aby była spełniona zależność (15).

$$1 \leq \cot \theta \leq 2,0 \quad (15)$$

Obliczenie nośności na ścinanie, czy też określenie rozstawu strzemion bazuje na zależności (16).

$$V_{Rd,sy} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot \theta \quad (16)$$

gdzie:

- A_{sw} – pole przekroju zbrojenia na ścinanie
- s – rozstaw strzemion
- z – ramię sił wewnętrznych (najczęściej 0.9d)
- f_{ywd} – obliczeniowa granica plastyczności zbrojenia na ścinanie

Sprawdzenia krzyżulca betonowego, a dokładniej nośności na ściskanie pojawiające się przy ścinaniu, można dokonać z zależności (17)

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} / (\cot \theta + \tan \theta) \quad (17)$$

gdzie (określono symbole występujące po raz pierwszy):

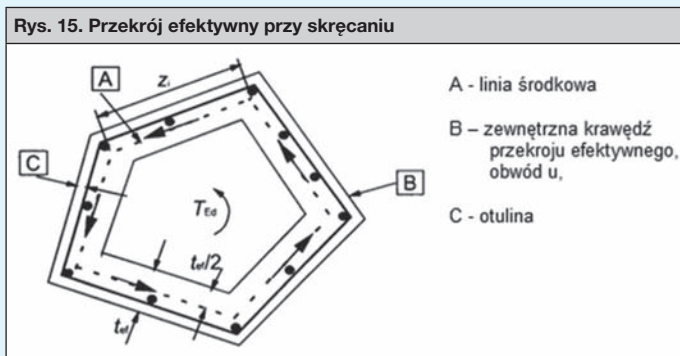
- b_w – minimalna szerokość między pasem ściskającym i rozciągającym
- v_1 – współczynnik redukcji wytrzymałości betonu zarysowanego przy ścinaniu, dla betonów $f_{ck} \leq 60$ MPa najczęściej przyjmuje wartość $v = 0,6$
- α_{cw} – współczynnik uwzględniający stan naprężeń w pasie ściskającym, dla konstrukcji niesprężonych $\alpha_{cw} = 1.0$

Skręcanie

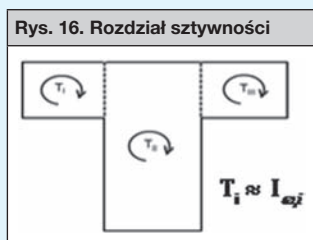
Jeżeli równowaga statyczna konstrukcji zależy od nośności jej elementów na skręcanie, należy sprawdzić to oddziaływanie zarówno w stanie granicznym nośności jak i użyteczności. Jeżeli natomiast w konstrukcjach statycznie niewyznaczalnych skręcanie wynika jedynie z warunków nierozdzielności, sprawdzenie na ogół nie jest konieczne i należy zastosować odpowiednie zbrojenie minimalne w celu ograniczenia nadmiernego zarysowania.

Metoda obliczeń w przypadku gdy skręcanie jest istotne, bazuje na założeniu cienkościennego przekroju zamkniętego, w którym równowaga jest spełniona przez zamknięty przepływ sił ścinających.

Dla przekrojów pełnych modelowanie odbywa się za pomocą równoważnych przekrojów cienkościennych (rysunek 15).



Przekroje o kształtach złożonych, można dzielić na szereg części, z których każda jest modelowana jako równoważny przekrój cienkościenny, a całkowita nośność na skręcanie oblicza się jako sumę nośności pojedynczych części (rysunek 16).



Analogicznie jak dla przypadku ścinania, przy skręcaniu należy także określić nośność krzyżulców betonowych na ściskanie przy skręcaniu. Nośność ta wyrażona jest zależnością (18).

$$T_{Rd,max} = 2\alpha_{cw} f_{cd} A_k t_{ef,i} \sin \theta \cos \theta \quad (18)$$

gdzie (określono symbole występujące po raz pierwszy):
 A_k – pole przekroju zawarte wewnątrz linii przerywanej połączonych ścian, łącznie z wewnętrzną częścią pustą (rysunek 15)

t_{ef} – jest efektywną grubością ściany; można przyjąć, że jest ona równa A/u_k (u_k – zewnętrzny obwód przekroju poprzecznego), ale nie mniejsza niż podwójna grubość otuliny (między krawędzią i środkiem zbrojenia podłużnego); w przekrojach z otworami górną granicą jest grubość rzeczywista

Obliczenie wymaganej ilości prętów podłużnych może być efektem sprawdzenia zależności (19)

$$\frac{\Sigma A_{sl} f_{yd}}{u_k} = \frac{T_{Ed}}{2A_k} \cot \theta \quad (19)$$

gdzie (określono symbole występujące po raz pierwszy):

ΣA_{sl} – wymagane pole przekroju zbrojenia podłużnego na skręcanie

T_{Ed} – obliczeniowy moment skręcający

Dla kompletności wymiarowania elementu w tym stanie pracy, należy jeszcze określić wymagany rozstaw zbrojenia poprzecznego (wzór 20), choć Norma jako taka, nie podaje go – przeoczenie autorów?

$$s_w = 2 \cdot A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta \cdot \frac{A_k}{T_{Ed}} \quad (20)$$

Interakcja siły poprzecznej i skręcania

Jako podsumowanie akapitu należy nadmienić, iż Norma podaje zależność (21) pozwalającą na sprawdzenie nośności w przypadku elementu poddanego jednocześnie skręcaniu i ścinaniu. Nośność ta jest ograniczona wytrzymałością krzyżulców betonowych na ściskanie przy powyższym obciążeniu.

$$T_{Ed} / T_{Rd,max} + V_{Ed} / V_{Rd,max} \leq 1,0 \quad (21)$$

gdzie (określono symbole występujące po raz pierwszy):

$T_{Rd,max}$ – obliczeniowa nośność na skręcanie

Zbrojenie (rozstaw strzemion, pręty podłużne) w takim przypadku należy obliczyć niezależnie dla ścinania i skręcania, a następnie wyniki zsumować. Należy także pamiętać, że w przypadku skręcania strzemiona powinny mieć odpowiedni kształt (zwiększona długość zakotwienia).

Stan graniczny użytkowalności SLS

W przypadku sprawdzania elementu w stanie granicznym użytkowalności należy zweryfikować:

- ograniczenie naprężeń (konstrukcje sprężone)
- ograniczenie zarysowania
- ograniczenie ugięć

Ograniczenie zarysowania

Zgodnie z zapisem Normy zarysowanie należy ograniczyć do poziomu nie obniżającego właściwego funkcjonowania lub trwałości konstrukcji lub powodującego jej nieakceptowalny wygląd.

Tablica 7 podaje dopuszczalne rozwartości rys ze względu na agresywność środowiska.

Tablica 7. Dopuszczalne rozwarcie rys

Klasa ekspozycji	Elementy zbrojone i sprężone z ciągniami bez przyczepności
	Prawie stała kombinacja obciążeń
XO, XC1	0,4
XC2, XC3, XC4	0,3
XD1, XD2, XS1, XS2, XS3	

W celu zapewnienia poprawności pracy konstrukcji przekrój zbrojenia w strefie rozciąganej nie może być mniejszy niż wynikający z zależności (22).

$$A_{s,min} \sigma_s = k_c k f_{ct,eff} A_{ct} \quad (22)$$

gdzie:

- $A_{s,min}$ - minimalne pole przekroju stali zbrojeniowej w strefie rozciąganej
- A_{ct} - pole przekroju strefy rozciąganej betonu w fazie I
- σ_s - wartość bezwzględna maksymalnego naprężenia w zbrojeniu w fazie II (można przyjmować f_{yk})
- $f_{ct,eff}$ - średnia wartość wytrzymałości betonu na rozciąganie; $f_{ct,eff} = f_{ctm}$ lub mniej, ($f_{ctm(t)}$)
- k - współczynnik uwzględniający efekt nierównomiernych samo równoważących się naprężeń
- k_c - współczynnik uwzględniający charakter rozkładu naprężeń w przekroju

Zbrojenie to zapewni, iż rysy powstałe w elemencie na skutek przyczyn krótkotrwałych zamkną się po ich ustąpieniu (zbrojenie nie uplastyczni się).

Rysy prostopadłe

Norma proponuje metodę uproszczoną zweryfikowania ograniczenia zarysowania bez sprawdzenia obliczeniowego. W tym celu należy określić naprężenie w stali (po zarysowaniu) oraz zgodnie z tablicą 8 określić maksymalną średnicę pręta w elemencie w zależności od docelowego ograniczenia rozwartości rysy.

Tablica 8. Maksymalny wymiar pręta w zależności od w_k

Naprężenie w stali [MPa]	Maksymalny wymiar pręta [mm]		
	$w_k = 0,4$ mm	$w_k = 0,3$ mm	$w_k = 0,2$ mm
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	5
400	8	6	4
450	6	5	–

Obliczeniowe sprawdzenie rozwarcia rys bazuje na zależności (23).

$$w_k = s_{r,max} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \quad (23)$$

gdzie:

- w_k - rozwarcie rysy
- $s_{r,max}$ - maksymalny rozstaw rys
- ϵ_{sm} - średnie odkształcenie zbrojenia przy odpowiedniej kombinacji obciążeń, obliczone z włączeniem efektu odkształceń wymuszonych oraz z uwzględnieniem współpracy betonu na odcinku między rysami
- ϵ_{cm} - średnie odkształcenie betonu na odcinku między rysami

Określenie wartości $s_{r,max}$ następuje za pomocą wzoru (24).

$$s_{r,max} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \phi / \rho_{p,eff} \quad (24)$$

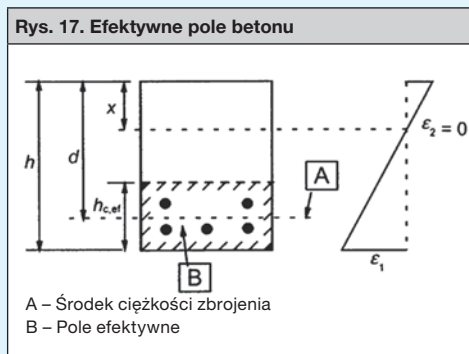
gdzie:

- k_1 - współczynnik uwzględniający właściwości przyczepności zbrojenia
- k_2 - współczynnik uwzględniający rozkład odkształceń (zginanie/rozciąganie)
- k_3 - zaleca się przyjmować 3,4
- k_4 - zaleca się przyjmować 0,425
- $\rho_{p,eff}$ - efektywny stopień zbrojenia wyrażony zależnością (25)

$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}} \quad (25)$$

gdzie:

- A_s - jest polem zbrojenia zawartym w efektywnym polu betonu rozciąganego $A_{c,eff}$ (rysunek 17)



Pozostały składnik wzoru (23) odpowiadający za różnicę odkształceń w betonie i stali jest wyrażony zależnością (26).

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (26)$$

gdzie (określono symbole występujące po raz pierwszy):
 k_t - współczynnik zależny od czasu trwania obciążenia
 (0,6-0,4)

Rysy ukośne

W kwestii rys ukośnych Norma nie precyzuje żadnych zależności dotyczących obliczania ich wartości. Całość zagadnienia jest skwitowana stwierdzeniem, że przy spełnieniu odpowiednich wymagań konstrukcyjnych zarysowanie spowodowane wpływem oddziaływań stycznych będzie wystarczająco ograniczone.

Ograniczenie ugięć (w stanie zarysowanym)

Ograniczenie ugięć może zostać w prostych przypadkach sprawdzone za pomocą zależności (27) ograniczającej stosunek rozpiętości do wysokości.

$$\frac{1}{d} = K \left[11 + 1,5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2 \sqrt{f_{ck}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right] \text{ jeśli } \rho \leq \rho_0 \quad (27)$$

$$\frac{1}{d} = K \left[11 + 1,5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right] \text{ jeśli } \rho > \rho_0$$

gdzie:

K - współczynnik uwzględniający różne systemy konstrukcyjne, wg tablicy 9

ρ_0 - umowny stopień zbrojenia = 10^{-3}

ρ - wymagany stopień zbrojenia rozciągającego w środku rozpiętości z uwagi na moment spowodowany obciążeniami obliczeniowymi (lub na podporze wspornika)

ρ' - wymagany stopień zbrojenia ściskanego w środku rozpiętości z uwagi na moment spowodowany obciążeniami obliczeniowymi (lub na podporze wspornika)

Tablica 9. Współczynnik K			
System konstrukcyjny	K	Znaczne naprężenia w betonie $\rho = 1,5 \%$	Małe naprężenia w betonie $\rho = 0,5 \%$
Belki swobodnie	1,0	14	20
Skrajne przęsła	1,3	18	26
Środkowe	1,5	20	30

Metoda ogólna obliczania ugięć uzależnia docelową wartość parametru odkształcenia od wartości danej wielkości w stanie braku zarysowania oraz kolejno pełnego zarysowania. Zależność (28) interpoluje wartość parametru, między powyższymi skrajnymi.

$$\alpha = \zeta \alpha_{||} + (1 - \zeta) \alpha_{\perp} \quad (28)$$

gdzie:

α - parametr odkształcenia, którym może być np. odkształcenie przekroju, krzywizna lub obrot (w uproszczeniu α można traktować jako ugięcie)

$\alpha_{||}$, $\alpha_{\perp}$ - odpowiednio wartości parametru obliczonego dla warunków bez rys i pełnego zarysowania,

Pozostały nieopisany parametr ζ wyraża zależność (29).

$$\zeta = 1 - \beta \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \quad (29)$$

gdzie:

ζ - dla przekrojów niezarysowanych równe 0

β - współczynnik uwzględniający wpływ czasu obciążenia lub powtarzalnego obciążenia na średnie odkształcenie:

- 1,0 dla pojedynczego obciążenia krótkotrwałego
- 0,5 dla obciążeń długotrwałych i wielokrotnie powtarzalnych

σ_s - naprężenie w zbrojeniu rozciągającym obliczone przy założeniu przekroju niezarysowanego

Przy czym wartość σ_{sr}/σ_s można zastąpić przez M_{cr}/M przy zginaniu lub N_{cr}/N przy czystym rozciąganiu, gdzie M_{cr} jest momentem rysującym, a N_{cr} , jest siłą rysującą.

Drobny komentarz należy się praktycznemu zastosowaniu wzoru (28). (Poniżej stwierdzenie będzie odniesione do ugięć, natomiast przez analogię może mieć zastosowanie także dla innych parametrów odkształcenia).

Z programu do obliczeń statycznych najczęściej otrzymuje się wartości ugięć w stanie niezarysowanym, czyli wartość odpowiadającą $\alpha_{\perp}$. Otrzymanie wartości $\alpha_{||}$ nie jest już tak bezpośrednie, ponieważ należy sprawdzić na długości elementu, gdzie nastąpiła największa utrata sztywności giętej EI na skutek zarysowania i przypisać taką sztywność dla całego elementu. Po tym zabiegu należy sprawdzić do jakiej wielkości powiększyło

się ugięcie i ta wartość będzie odpowiadać parametrowi α_{II} . Mając obliczone obie wartości należy odpowiednio określić wartość współczynnika ζ i ostatecznie obliczyć wartość ugięcia w stanie zarysowanym.

Przykład obliczeniowy

Przedmiotem przykładu będzie rama przestrzenna dwunawowa, zarówno w jednym jak i drugim kierunku. Rygle ukształtowane w sposób pozwalający na ułożenie płyt stropowych sprężonych, prefabrykowanych.

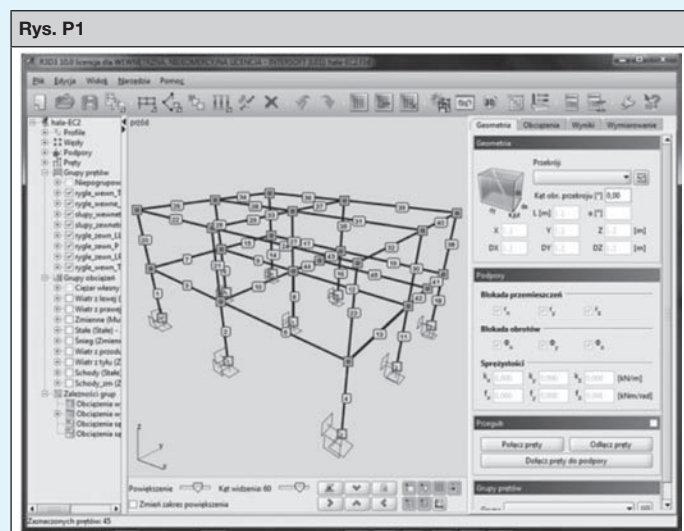
W obliczeniach uwzględniono obciążenia

- Ciężar własny
- Stałe
- Zmienne (użytkowe, wiatr, śnieg)

Obliczenia przeprowadzono tylko dla fazy eksploatacji, przekroje rygli liczone jako zespolone.

Model obiektu (Rama R3D3)

Układ konstrukcji został przedstawiony na rysunku P1.



Zrzut z programu R3D3-Rama 3D

Całość konstrukcji w widoku 3D została przedstawiona na rysunku P2.

Komplet obciążeń przyłożonych do obiektu przedstawia rysunek P3.

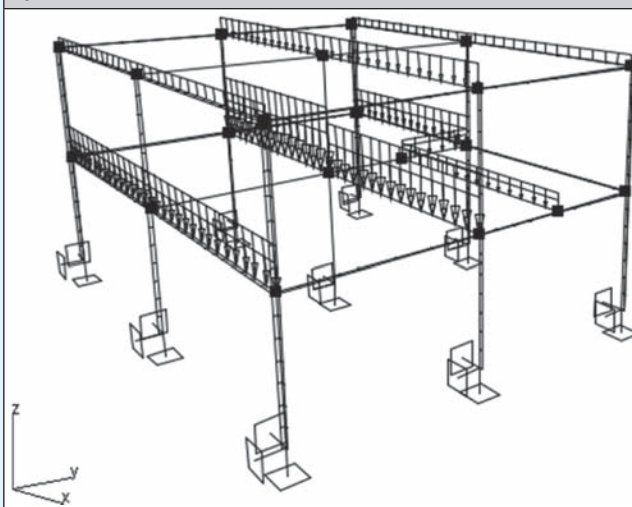
W wyniku obliczeń statycznych prowadzonych w programie Rama R3D3 otrzymać można szereg obwiedni sił wewnętrznych. Przykładowo na rysunku P4 przedstawiony został wykres momentów gnących M_y .

Rys. P2



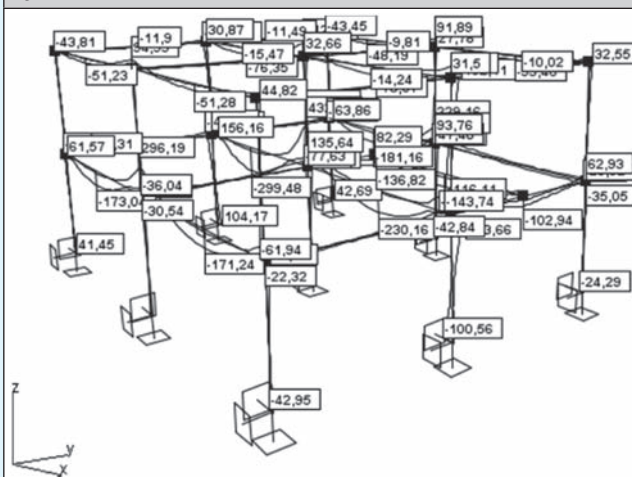
Zrzut z programu R3D3-Rama 3D

Rys. P3

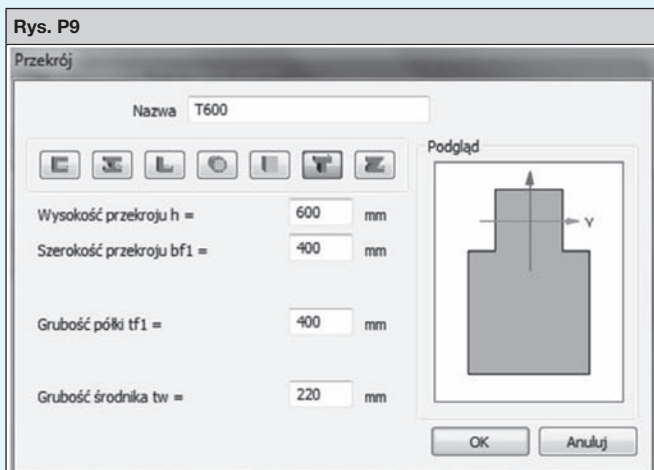


Zrzut z programu R3D3-Rama 3D

Rys. P4



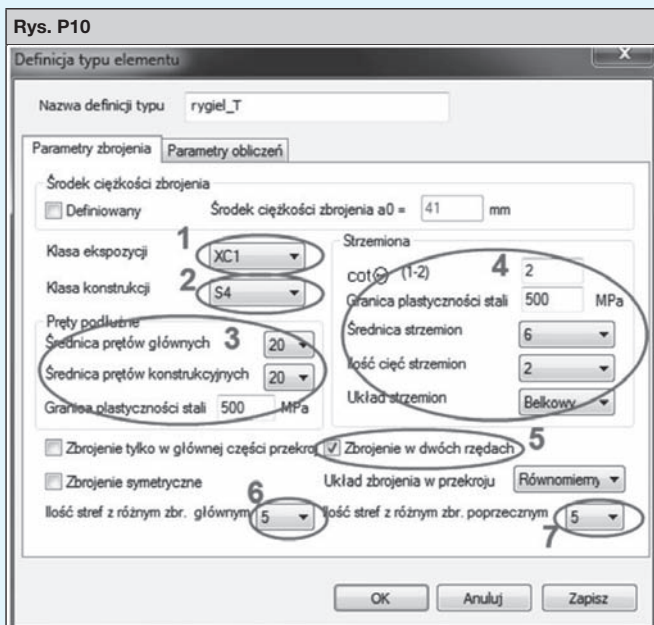
Zrzut z programu R3D3-Rama 3D



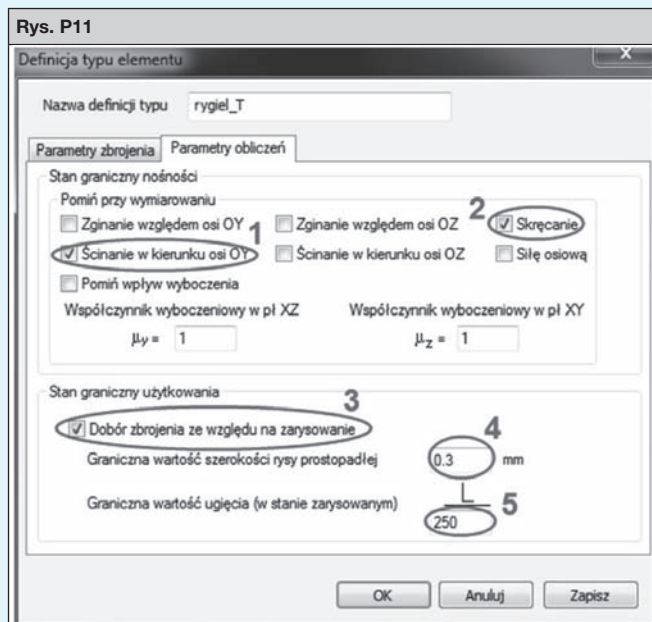
Zrzut z programu R3D3-Rama 3D

Definicja typu

Rysunki P10 i P11 przedstawiają kolejne zakładki okna definicji typu. Aby zwymiarować rozpatrywany element można wybrać jedną z predefiniowanych definicji typu (np. Belka 3D). W artykule jednak, zostanie przedstawiony cały proces ustawiania definicji typu od podstaw. Kroki oznaczone są na rysunkach P10, P11 odpowiednią numeracją. W dalszej części kroki te są opisane i ewentualnie, w miejscach gdzie jest to niezbędne zostały opatrzone także komentarzem.



Zrzut z programu R3D3-Rama 3D



Zrzut z programu R3D3-Rama 3D

Kolejne kroki ustawień na zakładce „Parametry zbrojenia” (Rysunek P10)

1. Określenie klasy ekspozycji - XC1
 2. Określenie klasy konstrukcji - S4
 3. Określenie parametrów dotyczących zbrojenia podłużnego
 - Średnica prętów głównych - 20 mm
 - Średnica prętów konstrukcyjnych - 20 mm
 - Granica plastyczności stali - 500 MPa
 4. Określenie parametrów dotyczących zbrojenia poprzecznego
 - Określenie $\cot(\theta)$ - 2.0
 - Granica plastyczności stali strzemion - 500 MPa
 - Średnica strzemion - 6 mm
 - Ilość cięć strzemion - 2 mm
 - Układ strzemion - Belkowy, ustawienie tego parametru powoduje wykonanie pełnych obliczeń na ścinanie. W przeciwnieństwie, do przypadku układu słupowego, gdzie strzemiona zostaną rozmieszczone z tylko z uwagi na warunki konstrukcyjne
 5. Zaznaczenie parametru zbrojenie w dwóch rzędach
 6. Ilość stref z różnym zbrojeniem głównym - 5
 7. Ilość stref z różnym zbrojeniem poprzecznym - 5
- Kolejne kroki ustawień na zakładce „Parametry obliczeń” (Rysunek P11)

1. Zaznaczenie parametru z ramki Pomiń przy wymiarowaniu - Ścinanie w kierunku osi OY, ponieważ takie jest możliwe ze względu na znikome siły poprzeczne w kierunku Y, będzie to

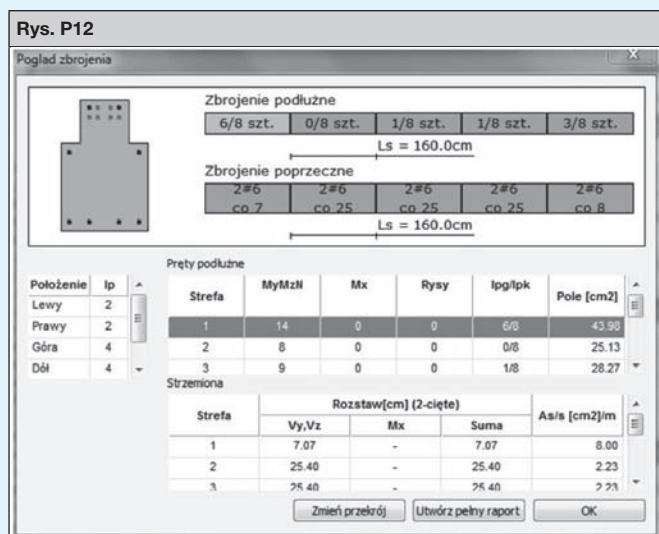
miało wpływ głównie na konstrukcyjny rozstaw strzemion.

2. Zaznaczenie parametru z ramki Pomiń przy wymiarowaniu – Skręcanie. Element nie jest skręcany więc obliczenia z tego tytułu niepotrzebnie zwiększałyby objętość raportu.
3. Zaznaczenie opcji: Dobór zbrojenia ze względu na zarysowanie. Program automatycznie będzie odpowiednio dozbierał element, aż do spełnienia warunku rozwarcia rysy.
4. Ustalenie granicznej wartości rozwarcia rysy.
5. Ustalenie podzielnika dla granicznego ugięcia w stanie zarysowanym.

Po ustawieniu powyższych parametrów, należy zapisać definicję typu i uruchomić obliczenia.

Skrócone rezultaty wymiarowania

Uproszczony podgląd wyników (rysunek P12) pojawi się po pomyślnym zakończeniu obliczeń. W przypadku niemożności spełnienia któregoś z warunków, przy wymiarowaniu, pojawi się stosowny komunikat.



Rysunek P12 pokazuje również istotę podziału na strefy wymiarowanego elementu (kroki 6 i 7 na rysunku P10). Na długości danej strefy program ustala jednakowe zbrojenie, tak aby występujące na jej długości zestawy sił wewnętrznych nie wyzerpywały nośności elementu.

Szczegółowe wyniki wymiarowania

Wyniki o wyższym poziomie szczegółowości możemy uzyskać generując raport z wymiarowania (przycisk Utwórz pełny raport na rysunku P12)

Stan graniczny nośności (ULS)

Obliczenia zostaną przedstawione przykładowo tylko dla pierwszych stref zarówno w przypadku obciążenia momentami i siłami podłużnymi jak i dla obciążeń poprzecznych.

Minimalne pole przekroju zbrojenia podłużnego:

$$A_{s,min} = \max \left(0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_i \cdot d; 0.0013 \cdot b_i \cdot d \right) =$$

$$= \max \left(0.26 \cdot \frac{4}{500} \cdot 22.0 \cdot 55.9; 0.0013 \cdot 22.0 \cdot 55.9 \right) = 2.244 [cm^2]$$

Maksymalne pole przekroju zbrojenia podłużnego:

$$A_{s,max} = 0.04 \cdot A_c = 0.04 \cdot 2040.00 = 81.600 [cm^2]$$

Ilość prętów podłużnych dla strefy 1 o długości 1.6 m została zestawiona w zależności od zestawu sił wewnętrznych w poniższej tabeli.

Zbrojenie podłużne (#20)							
Typ obliczeń	Obwiednia	N _{Ed} [kN]	M _{Edy} [kNm]	M _{Edz} [kNm]	Ed/Rd	n _{zas}	A _s [cm²]
Zginanie z siłą osiową	M _y ⁺	19.75	499.36	-0.59	0.99	14	43.98
	M _y ⁻	2.79	-39.26	0.71	0.83		
	M _z ⁺	-3.06	216.32	5.49	0.80		
	M _z ⁻	-7.02	394.74	-6.67	0.91		
	N ⁺	-17.31	147.24	-0.62	0.83		
	N ⁻	21.15	487.74	-0.53	0.98		
	σ ⁺	19.75	499.36	-0.59	0.99		
	σ ⁻	19.75	499.36	-0.59	0.99		
Zarysowanie	σ _k [*]	12.78	-	-	0.41	0	0.00
Sumarycznie przyjęto:						14	43.98

gdzie nagłówki kolumn oznaczają:

N_{Ed} – obliczeniowa siła osiowa

M_{Ed} – całkowity moment obliczeniowy, zawierający ewentualny moment drugiego rzędu

Ed/Rd – współczynnik wykorzystania nośności

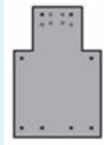
n_{zas} – liczba prętów zbrojeniowych

A_s – pole zbrojenia

oraz

* – obwiednia naprężeń rozciągających na podstawie kombinacji charakterystycznej

Poniższy rysunek przedstawia układ zbrojenia w przekroju.



Współczynnik redukcji wytrzymałości zarysowanego betonu przy ścinaniu:

$$v = 0.6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0.6 \cdot \left(1 - \frac{40.00}{250}\right) = 0.504$$

Nośność na ścinanie dla krzyżulców betonowych:

$$V_{Rd,max,i} = \alpha_{cw} \cdot b_{w,i} \cdot v \cdot z_i \cdot \frac{f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta}$$

$$V_{RdZ,max} = 1.00 \cdot 220.00 \cdot 0.50 \cdot 503.10 \cdot \frac{28.57}{2.00 + 0.50} = 639.816 [kN]$$

Sprawdzenie krzyżulców betonowych:

$$\frac{V_{EdZ}}{V_{RdZ,max}} = 1.0$$

Minimalny stopień zbrojenia na ścinanie:

$$\rho_{w,min} = 0.08 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} = 0.08 \cdot \frac{\sqrt{40.00}}{500.00} = 1.012 \cdot 10^{-3}$$

Maksymalny rozstaw strzemion ze względu na ścinanie:

$$s_{max,i} = \min \left(\frac{A_{sw}}{b_{w,i} \cdot \rho_{w,min}}; 0.75 \cdot d_i \right)$$

$$s_{maxZ} = \min \left(\frac{56.55}{220.00 \cdot 1.01 \cdot 10^{-3} \cdot 1.0}; 0.75 \cdot 559.00 \right) = 254.002 [mm]$$

Rozstaw strzemion ze względu na ścinanie:

$$s_i = \frac{A_{sw} \cdot z_i \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta}{V_{Ed,i}}$$

$$s_z = \frac{0.57 \cdot 50.31 \cdot 434.78 \cdot 2.00}{V_{Ed,Z}} = \frac{24738.08}{V_{Ed,Z}}$$

Poniższa tabela podaje zestawienie wyników obliczenia na ścinanie dla strefy 1 o długości 1.6 m.

V_{EdZ} [kN]	$V/V_{Rd,max}$	s_v [cm]	s_w [cm]	s [cm]	s_{zas} [cm]	A_{sw}/s [cm ² /m]
349.78	0.55	7.07	–	7.07	7.07	8.00

gdzie:

V_{Ed} – obliczeniowa siła ścinająca
 S_v – rozstaw strzemion ze względu na ścinanie
 S_w – rozstaw strzemion ze względu na skręcanie
 S_{zas} – przyjęty rozstaw strzemion
 A_{sw}/s – przyjęte pole strzemion na jednostkę długości

Stan graniczny użyteczności (SLS)

Zalecane wartości współczynników w obliczeniach:
 $K_t = 0.40$ $K_1 = 0.80$ $K_2 = 0.50$ $K_3 = 0.42$ $K_4 = 0.42$

$$f_{ct,ef} = f_{ctm} = 3.51 [MPa]$$

Współczynnik α_e :

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{ef}} = \frac{200000.00}{12578.74} = 15.900$$

W poniższej tabeli zestawiono wyniki obliczeń zarysowania na długości całego elementu. Szerokości rys są wynikiem metody obliczeniowej przedstawionej w części teoretycznej tego artykułu.

x [m]	N [kN]	M [kNm]	$h_{c,eff}$ [mm]	$\rho_{p,eff}$ [-]	σ_s [MPa]	$s_{r,max}$ [mm]	$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}$ [*10 ⁻³]	w_k [mm]
0.00	12.78	335.25	102.50	0.11	277.82	101.16	1.22	0.12
0.80	12.07	164.06	102.50	0.11	135.93	101.16	0.51	0.05
2.40	10.11	-111.94	102.50	0.03	177.34	190.45	0.53	0.10
3.20	12.62	-168.97	102.50	0.03	267.69	190.45	0.98	0.19
4.00	12.62	-199.12	102.50	0.04	255.48	166.64	0.97	0.16
4.80	12.61	-195.29	102.50	0.04	250.57	166.64	0.94	0.16
4.80	12.61	-195.29	102.50	0.04	250.57	166.64	0.94	0.16
5.60	12.61	-157.50	102.50	0.04	202.07	166.64	0.70	0.12
7.20	0.81	70.07	102.50	0.07	81.76	119.02	0.25	0.03
8.00	0.81	219.13	102.50	0.07	255.69	119.02	1.07	0.13

gdzie nagłówki kolumn oznaczają:

x – położenie rysy

N, M – odpowiadające siły przekrojowe

Dla żadnego z punktów nie zostało przekroczone dopuszczalne rozwarście rysy (0.3 mm), a co za tym idzie element pod kątem zarysowania jest zaprojektowany poprawnie.

Ugięcie elementu w stanie sprężystym, bezpośrednio ze statyki, dla x = 4.24 m, wynosi $u_{e1} = 2.07$ mm. Jest to ekstremalna wartość na elemencie uzyskana z odpowiedniego zestawu grup obciążeń, któremu towarzyszy zestaw sił przekrojowych:

$$N = 3.291 \text{ kN} \quad M_y = -197.406 \text{ kN} \quad M_z = 0.073 \text{ kN}$$

Współczynnik rozdziału ζ :

$$\zeta_z = 1 - \beta \cdot \left(\frac{M_{cr,y}}{M_y} \right)^2 = 1 - 0.50 \cdot \left(\frac{71.46}{(-197.41)} \right)^2 = 0.934$$

Ugięcie elementu w stanie zarysowanym:

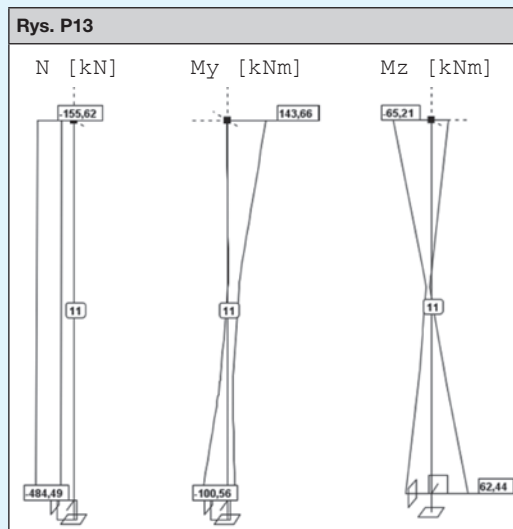
$$u_{cr,y} = \zeta_z \cdot V_{cr,max,z} + (1 - \zeta_z) \cdot u_{el,z} = 8.731$$

w odniesieniu do ugięcia dopuszczalnego $u_{lim} = L/250 = 32.00 \text{ mm}$. Warunek spełniony.

Jak widać z powyższych obliczeń ugięcie w stanie zarysowanym jest kilkukrotnie (w tym przypadku ponad 4-ro krotnie) większe niż w stanie sprężystym. Dlatego tak istotne jest, aby w sprawdzaniach uwzględniane były spadki sztywności ze względu na rozwój zarysowania.

Wymiarowanie słupa

Drugim elementem, który zostanie zwymiarowany jest pręt nr 11. Istotne obwiednie sił wewnętrznych są przedstawione na rysunku P13.



Słup ten ma przekrój kwadratowy o boku 400mm. Zbrojenie zostanie ustalone jako jednakowe i symetryczne na całej wysokości słupa.

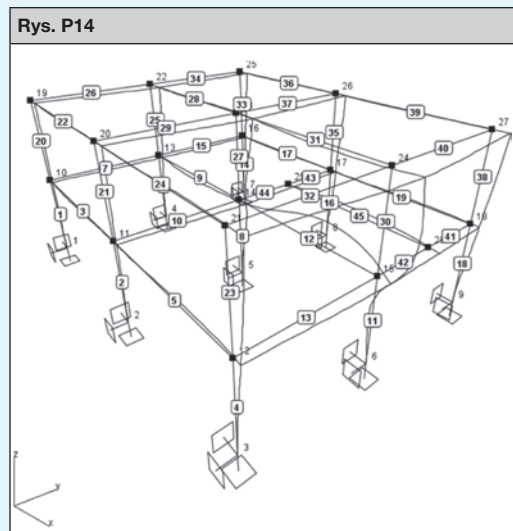
Istotną trudnością przy złożonych układach jest określenie długości wyboczeniowych w obu wzajemnie prostopadłych płaszczyznach. W części teoretycznej zostały przedstawione zależności (5) i (6) pozwalające na określenie długości efektywnych (ew. współczynników wyboczenia). W rozpatrywanym przykładzie przyjęto, że układ jest

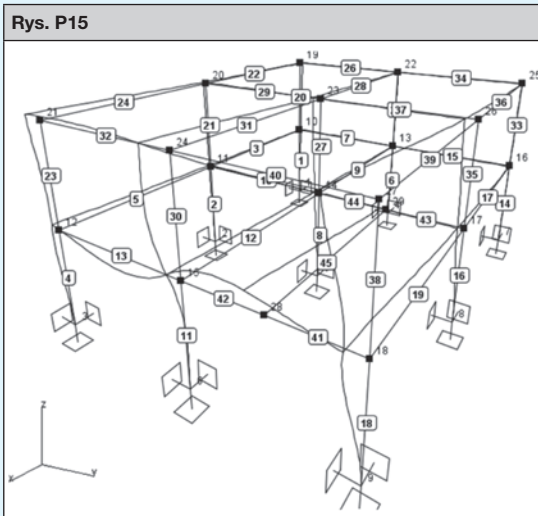
nieprzesuwany i stąd współczynnik wyboczenia należy wyliczać z zależności (5). W celu określenia względnych podatności węzłów k1 i k2 występujących we wzorze, należy w danym węźle przyłożyć jednostkowy moment gnący i uruchomić obliczenia statyczne. Interesującym w tym przypadku rezultatem obliczeń będzie deformacja, którą dla obciążenia momentem M_y przedstawia rysunek P14 oraz dla obciążenia M_z rysunek P15.

Kluczowa dla określenia współczynnika wyboczeniowego jest znajomość wielkości kąta obrotu węzła (w tym przypadku o nr 15) i momentu gnącego. Zestawienie odczytane z programu (odczytano przemieszczenia i przeliczono kąty obrotu węzła) zostały przedstawione poniżej w formie tabeli:

kat obr. (a) =	0.005749937	rad	kat obr. (a)=	0.003624984	
I =	0.021333333	m ⁴	I =	0.021333333	m ⁴
M =	1000	kNm	M =	1000	kNm
E =	35000000	kPa	E =	35000000	kPa
L =	4.00	m	L =	4.00	m
k1 =	0.100		k1 =	0.100	
k2 =	1.073		k2 =	0.677	
uy =	0.71		uz =	0.69	

Należy zwrócić uwagę iż wartość momentu nie była jednostkowa, a wynosiła 1000 kNm. Zabieg taki pozwala na poprawienie jakości rezultatów, a nie ma wpływu na końcowy wynik. Niezbędne charakterystyki przekroju (I – moment bezwładności) oraz materiału (E – moduł Younga) można łatwo odczytać w programie.

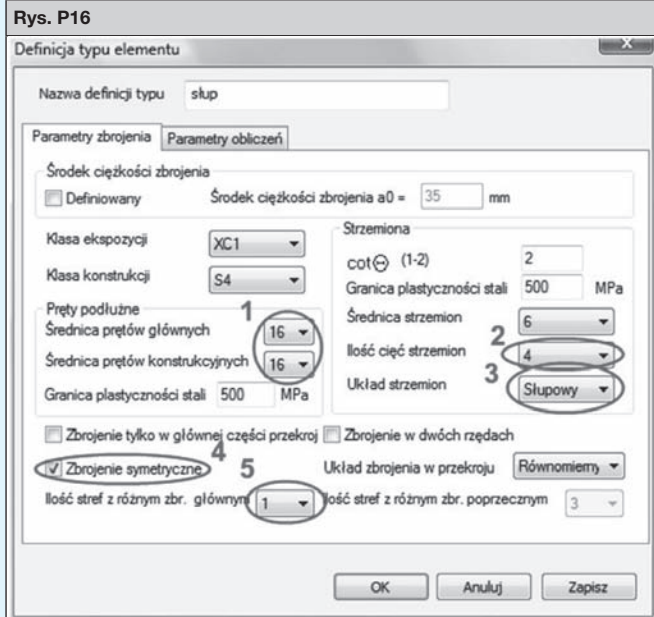




Zrzut z programu R3D3-Rama 3D

Ostateczne wartości współczynników wybożenia były ostatnimi parametrami brakującymi w pełnym ustawieniu definicji typu wymiarowania. Rysunki P16, P17 przedstawiają kompletne ustawienia parametrów.

Kolejne istotne kroki ustawień na zakładce „Parametry zbrojenia” (rysunek P16)

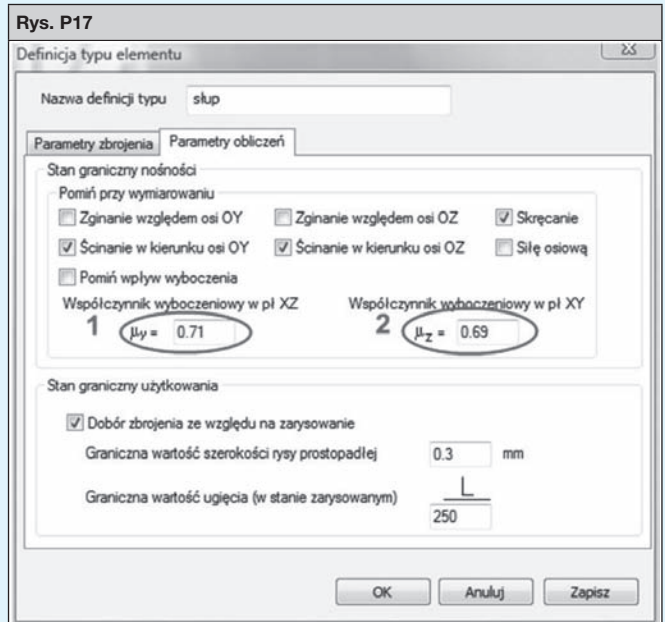


Zrzut z programu R3D3-Rama 3D

1. Ustawienie średnic głównych i konstrukcyjnych – 16
2. Ilość cięć strzemion – 4. Przewidywana ilość przętów na boku będzie większa od czterech, co powoduje stosowanie strzemion 4 ciętych.
3. Układ strzemion – słupowy. Strzemiona będą rozkładane tylko z warunków konstrukcyjnych.

4. Zbrojenie symetryczne.

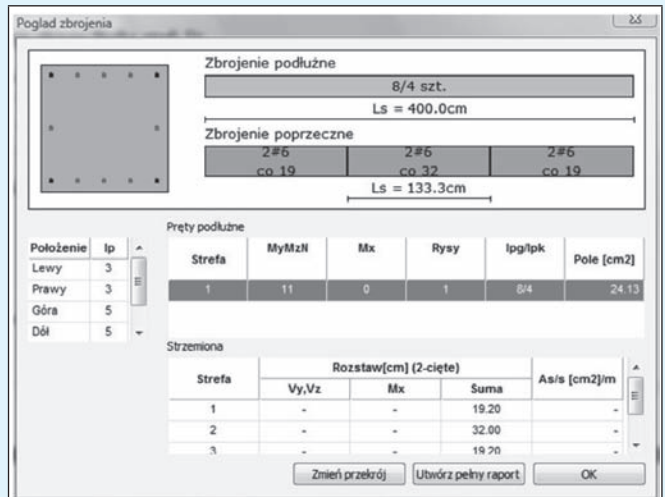
5. Ilość stref z różnym zbr. głównym – 1. Na całej wysokości słupa zbrojenie będzie jednokowe.



Zrzut z programu R3D3-Rama 3D

Na zakładce „Parametry obliczeń” (rysunek P17) kroki 1 i 2 ustawiają obliczone wartości współczynników wybożeniowych dla elementu.

Skrócone rezultaty wymiarowania



Zrzut z programu R3D3-Rama 3D

Szczegółowe wyniki wymiarowania

Stan graniczny nośności (ULS)

Minimalne pole przekroju zbrojenia:

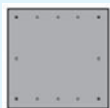
$$A_{s,min} = \max \left(0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_t \cdot d; 0.0013 \cdot b_t \cdot d \right) = \max \left(0.26 \cdot \frac{4}{500} \cdot 40.0 \cdot 36.5; 0.0013 \cdot 40.0 \cdot 36.5 \right) = 2.664 [cm^2]$$

Maksymalne pole przekroju zbrojenia:

$$A_{s,max} = 0.04 \cdot A_c = 0.04 \cdot 1600.00 = 64.000 [cm^2]$$

Ilość prętów podłużnych została zestawiona w zależności od zestawu sił wewnętrznych w poniższej tabeli.

Jak widać, program dodał pręt z uwagi na zarysowanie, tak aby rozwarcie rysy było dopuszczalne. Poniższy rysunek przedstawia układ prętów w przekroju.



Stan graniczny użytkowości (SLS)

Szczegółowe wyniki zarysowania są przedstawione w poniższych tabelach (nagłówki tabel opisane wyżej - przy wymiarowaniu belki):

Typ obliczeń	Obwódźnia	M ⁰ _{Edy} [kNm]	M ⁰ _{Edz} [kNm]	N _{Ed} [kN]	M _{Edy} [kNm]	M _{Edz} [kNm]	E _d /R _d [%]	n _{zas}	A _s [cm ²]
Zginanie z siłą osiową	M ⁺ _y	143.66	-27.12	414.86	147.85	-28.51	0.99	11	22.12
	M ⁻ _y	-100.56	12.16	427.07	-103.56	12.81	0.83		
	M ⁺ _x	-53.27	62.44	425.16	-54.85	65.75	0.83		
	M ⁻ _x	110.99	-65.21	451.53	114.50	-68.84	0.96		
	N ⁺	3.64	-10.60	155.62	3.69	-10.82	0.80		
	N ⁻	-91.50	11.30	484.49	-94.57	11.98	0.79		
	σ ⁺	115.16	-65.21	403.56	118.43	-68.49	0.98		
	σ ⁻	115.72	-64.63	403.90	119.02	-67.88	0.98		
	σ _k ⁺	78.06	-43.57	280.83	-	-	0.71	1	2.011
Sumarycznie:								12	24.13

Dla kierunku Y:

x [m]	N [kN]	M [kNm]	h _{c,eff} [mm]	ρ _{p,eff} [-]	σ _s [MPa]	s _{r,max} [mm]	ε _{sm} -ε _{cm} [*10 ⁻³]	w _k [mm]	lp
0.00	280.83	-43.57	87.50	0.02	148.65	226.94	0.446	0.10	1
2.00	320.60	-7.85	0.00	0.00	0.00	0.00	0.000	0.00	0

Dla kierunku Z:

x [m]	N [kN]	M [kNm]	h _{c,eff} [mm]	ρ _{p,eff} [-]	σ _s [MPa]	s _{r,max} [mm]	ε _{sm} -ε _{cm} [*10 ⁻³]	w _k [mm]	lp
0.00	280.83	78.06	87.50	0.03	215.33	151.18	0.74	0.11	1
2.00	320.60	20.54	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0

Sumaryczne rozwarcie rysy:

x [m]	w _{ky+wkz} [mm]	lp	E _d /R _d
0.00	0.21	1	0.71
2.00	0.00	0	0.00

Wnioski

Powyższy przykład miał za zadanie przybliżyć zarówno sposób wymiarowania wg nowej normy, jak i pokazać praktyczne podejście w konkretnej sytuacji projektowej. Kompleksowo została rozpatrzona zarówno część dotycząca przygotowania elementu do wymiarowania (wybór przekroju, materiału, ustawienia definicji typu) jak i późniejsza interpretacja wyników, co pozwala na samodzielne dalsze kształcenie już podczas wykonywania konkretnej pracy projektowej.

Podsumowanie

Tematyka Eurokodu 2 jest bardzo szeroka. Na łamach artykułu udało się poruszyć jedynie najistotniejsze i najbardziej typowe zagadnienia, a mimo to jego obszerność jest znaczna, przy zachowaniu dużej zwięzłości. Pokazuje to jedynie ogrom pracy jaki czeka projektantów przy wdrażaniu nowej normy do codziennej praktyki inżynierskiej. Zarówno w zakresie własnego kształcenia, jak i zmiany, tak sprawnie funkcjonujących dziś, procedur projektowych. Należy jednak mieć na uwadze fakt, że normy zmieniały się w Polsce już nie raz (na mniejszą skalę), a w dzisiejszych czasach, gdy większość obliczeń jest przeprowadzana przy pomocy komputera, przejście to nie musi być aż tak bolesne.

MARCIN KRASIŃSKI

W następnym wydaniu zostanie przedstawiony Eurokod 3, czyli norma dotycząca projektowania konstrukcji stalowych.

Na błękitnych stronach omówimy założenia obliczeniowe normy PN-EN 1993-1-1, a teorię zilustrujemy przykładem obliczeniowym.

W wydaniu 4/2011 opiszemy Eurokod 6 dotyczący projektowania konstrukcji murowych i omówimy metody obliczeniowe dla przypadków wytrzymałościowych najczęściej spotykanych w praktyce inżynierskiej, ze szczególnym uwzględnieniem przypadku muru mimośrodowo ściskanego. Zostaną przedstawione ogólna oraz uproszczona metoda obliczeniowa, ponadto zostaną skomentowane ważniejsze różnice w stosunku do ostatnich norm polskich.